

Вестник БИСТ (Башкирского института социальных технологий). 2022. № 1(54). С. 80–86.
Vestnik BIST (Bashkir Institute of Social Technologies). 2022;1(54):80–86.

ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Научная статья

УДК 519.65:519.213.1

doi: 10.47598/2078-9025-2022-1-54-80-86

МОДЕЛЬ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ РАЗЛИЧНЫХ ПРОЦЕССОВ НА ПРИМЕРЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ COVID-19 В РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Александр Ильич Быстров^{1✉}, Ирек Газизович Нигматуллин²

^{1,2}Башкирский институт социальных технологий (филиал) Академии труда и социальных отношений, Уфа, Россия

¹bistrovalex@rambler.ru✉

²ufabist@ufabist.ru

Аннотация. В работе приведено описание математической модели для различных процессов, имеющих жизненный цикл (начало и окончание). Реализация математической модели показана на примере распространения коронавируса в России за 2 года. Предлагаемая модель позволяет прогнозировать число зараженных на ближайший период. Адекватность модели на рассматриваемом процессе определена с точностью среднеквадратичной ошибки 0,8%. Модель можно использовать для прогнозирования временных процессов в социальных, демографических, медицинских, производственных и других областях.

Ключевые слова: математическая модель, нормальное распределение, процесс, прогноз, жизненный цикл, аппроксимация, экстраполяция

Для цитирования: Быстров А. И., Нигматуллин И. Г. Модель прогнозирования различных процессов на примере распространения COVID-19 в Российской Федерации // Вестник БИСТ (Башкирского института социальных технологий). 2022. № 1(54). С. 80–86. <https://doi.org/10.47598/2078-9025-2022-1-54-80-86>.

ECONOMIC AND MATHEMATICAL MODELING

Research article

A MODEL FOR PREDICTION OF VARIOUS PROCESSES ON THE EXAMPLE OF THE SPREAD OF COVID 19 IN RUSSIAN FEDERATION

Alexander I. Bystrov^{1✉}, Irek G. Nigmatullin²

^{1,2}Bashkir Institute of Social Technologies (branch) Academy of Labor and Social Relations, Ufa, Russia

¹bistrovalex@rambler.ru✉

²ufabist@ufabist.ru

Abstract. The paper provides a description of the mathematical model for various processes that have a life cycle (beginning and end). The implementation of the mathematical model is shown on the example of the spread of coronavirus in Russia over 2 years. The proposed model allows predicting the number of infected people in the coming period. The adequacy of the model for the process under consideration is determined by the accuracy of the root-mean-square error of 0.8%. The model can be used to predict temporal processes in social, demographic, medical, industrial and other areas.

Keywords: mathematical model, normal distribution, process, forecast, life cycle, approximation, extrapolation

For citation: Bystrov A. I., Nigmatullin I. G. A model for predicting various processes on the example of the spread of COVID-19 in the Russian Federation. *Vestnik BIST (Bashkirskogo instituta social`ny`x texnologij) = Vestnik BIST (Bashkir Institute of Social Technologies)*. 2022;1(54):80–86. (In Russ.). <https://doi.org/10.47598/2078-9025-2022-1-54-80-86>.

Введение

В литературе известно большое количество математических моделей, адекватно описывающих различные процессы в различных отраслях экономики, промышленности, природе и обществе. Многие из исследователей используют однофакторные и многофакторные модели, типовые математические модели (линейные, нелинейные), гармонические, трансцендентные и другие. В зависимости от задачи моделирования моделей (функций) используют аппроксимацию или интерполяцию исходных данных. Часто моделирование ограничивается диапазоном изменения исходных данных. Некоторые трендовые модели позволяют

экстраполировать значения функций за диапазон исследуемых данных. Для этого используются модели аппроксимации исходных данных (аргументов) различными функциями.

В настоящей статье рассматриваются процессы, имеющие начальное и конечное значение функции при изменении аргументов равное нулю, то есть процесс начинается и заканчивается при определенном значении аргументов. К таким процессам можно отнести некоторые процессы по выпуску определенной продукции в производстве, социальные процессы, процессы развития пандемии по некоторым инфекционным болезням и другие.

Теоретические основы

Для описания рассмотренных процессов предлагается в качестве модели прогнозирования использовать функцию, включающую в себя суперпозицию функций нормального распределения [1].

Функция рассматриваемой модели имеет следующий вид

$$F(x) = \frac{1}{M\sqrt{2\pi}} \cdot \sum_{j=1}^M z_j \cdot \sum_{j=1}^M \int_{-\infty}^x e^{-\frac{u_j^2}{2}} du_j, \quad (1)$$

где z_j — расчетная площадь под j -м нормальным распределением;

$$u_j = (x - \mu_j) / \sigma_j;$$

M — количество нормальных распределений;

x — текущий временной аргумент процесса ($x = 1 \div N$);

N — конечное текущее количество выборки аргументов;

$F(x)$ — интегральное значение функции нормального распределения величины x ;

μ_j — расчетное математическое ожидание значения аргумента;

σ_j — расчетное значение квадратного корня от дисперсии величины аргумента.

Исходные данные формируют экспериментальную функцию $f(x)$, которая аппроксимируется функцией (1) с использованием градиентных методов оптимизации [2].

$$f(x) = \sum_{x=1}^N n_x, \quad (2)$$

где n_x — значение аргумента с индексом x .

Для оценки адекватности расчетной функции $F(x)$ экспериментальной $f(x)$ используем оценку (в %) по средней квадратичной ошибке ε .

$$\varepsilon = \frac{100}{N} \sqrt{\sum_{x=1}^N \left(\frac{|f(x) - F(x)|}{f(x)} \right)^2}. \quad (3)$$

Оптимальное минимальное значение определяется при выполнении дополнительного условия

$$F(N) = f(N). \quad (4)$$

Это условие выравнивает площади под экспериментальной и расчетной кривой, модели-

рующей рассматриваемый процесс. Экстраполяция моделируемой функции позволяет прогнозировать процесс для значений F в точках $N + 1$, $N + 2$ и т. д. При реализации расчета N это текущая точка при анализе процесса

и $N \in [1 \div K]$, где K — конечная точка, ограничивающая рассматриваемый процесс. Очевидно, что $F(K) > f(N)$, так как площадь, занимаемая с прогнозируемой площадью, больше площади в текущей точке N .

Практическое приложение

В качестве примера использования предлагаемой модели рассмотрим процесс распространения инфекции вируса COVID-19 в Российской Федерации [3]. В исходных данных приведены данные об ежедневном количестве инфицированных граждан с 6 марта 2020 г. до 27 февраля 2022 г.

Для рассматриваемого примера роль аргумента x играет день от начала пандемии, а ординаты $f(x)$ — суммарное число зараженных граждан на день x . Если $x = N$, то $f(N)$ определяется по формуле (2), $F(N)$ по формуле (1). Затем минимизируется средняя квадратичная ошибка ε по формуле (3) с условием выполнения (4). Конечная точка K рассматриваемого процесса соответствует 730 дней, то есть 2 года (последний день 5 марта 2022 г.).

В качестве независимых переменных, позволяющих оптимизировать рассматриваемую модель прогнозирования количества инфицированных вирусом COVID-19, выбраны (для $j = 1 \div M$) следующие:

μ_j — расчетное математическое ожидание значения аргумента x (соответствующего дня пика j -го нормального распределения);

σ_j — расчетное значение квадратного корня от дисперсии величины аргумента (определяет ширину нормального распределения);

z_j — расчетная площадь под j -м нормальным распределением (соответствует количеству зараженных в рассматриваемой области).

Количество используемых нормальных распределений M подбирается из условия минимизации средней квадратичной ошибки ε . В нашем случае для соответствия адекватности модели исходным данным достаточно $M = 22$. При этом $\varepsilon = 0,85\%$, что адекватно описывает исходные данные и позволяет делать прогноз. Информация анализировалась по предлагаемой модели последовательно из [3] и делался текущий прогноз по предлагаемой модели, по-

стоянно увеличивая K на месяц вперед. При этом значение ε изменялось от 0,5–0,85% при усложнении исходной кривой по текущему числу зараженных коронавирусом в Российской Федерации до 5 волн с различной интенсивностью заражения.

На рисунке 1 приведены графики количества зараженных в Российской Федерации исходной табличной функции $f(x)$ и расчетной функции $F(x)$ нарастающим итогом по дням с начала пандемии.

В таблице 1 приведены расчетные данные по независимым переменным, определяющим реализацию приведенной модели.

Общее количество зараженных определяется из результатов расчета $Z = \sum_{j=1}^M z_j$ и оно отображает общую площадь (расчетное количество зараженных за весь период пандемии) под кривой $F(x)$, где $x \in [1 \div K]$.

Преобразуя информацию функций $f(x)$ и $F(x)$ из интегрального вида в дифференциальный, можно получить графики функций количества зараженных в каждый текущий день пандемии (исходные $f^*(x)$ и расчетные $F^*(x)$).

$$\begin{aligned} f^*(1) &= f(1), \\ f^*(2) &= f(2) - f(1), \\ f^*(3) &= f(3) - f(2), \\ &\dots, \\ f^*(N) &= f(N) - f(N-1) \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} F^*(1) &= f(1), \\ F^*(2) &= F(2) - F(1), \\ F^*(3) &= F(3) - F(2), \\ &\dots, \\ F^*(K) &= F(K) - F(K-1) \end{aligned} \quad (6)$$

Графики дифференциальных функций $f^*(x)$ и $F^*(x)$ с данными из (5) и (6) приведены на рисунке 2.

Как видно из результатов расчетов, показанных на графиках рисунков 1 и 2, исходные

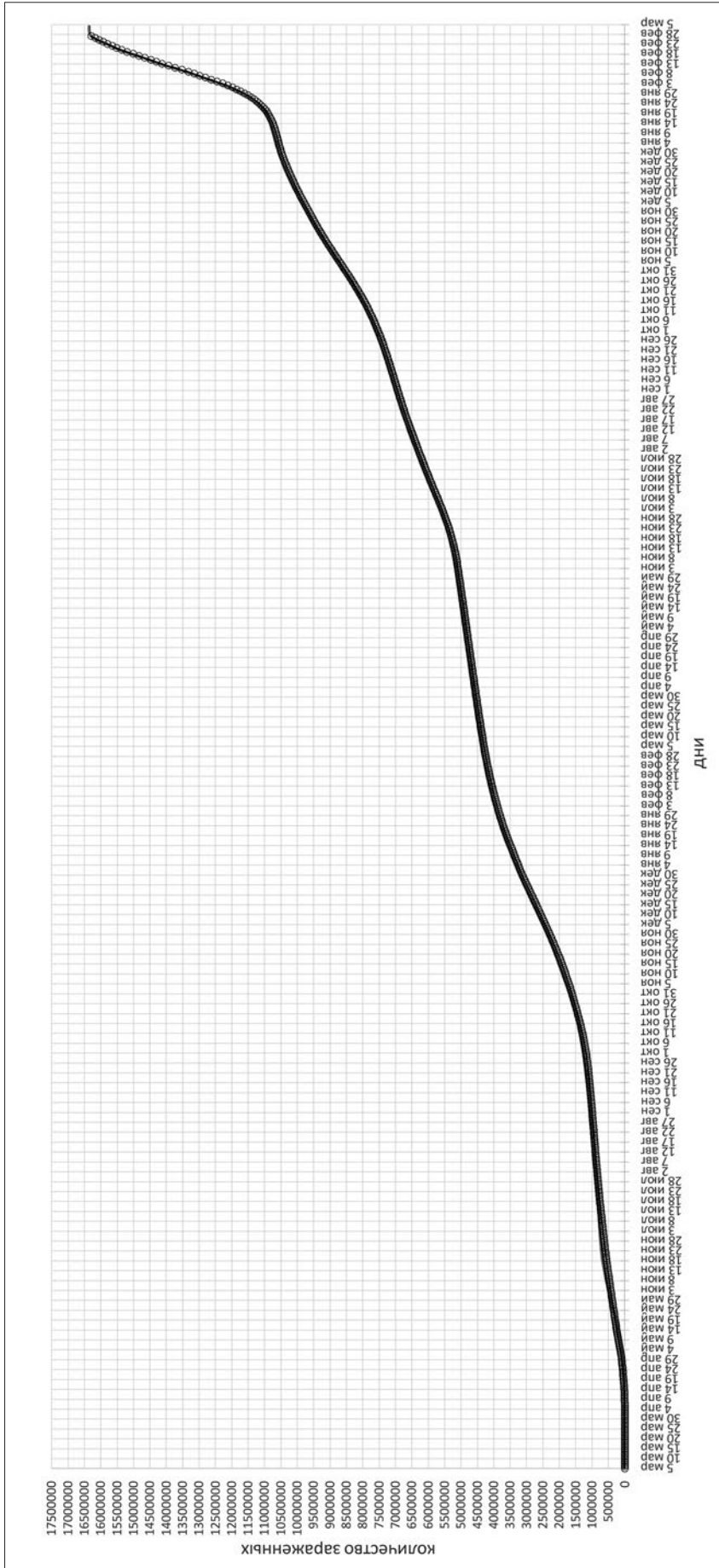


Рисунок 1 — Графики интегральных функций $f(x)$ и $F(x)$
 (дни — x , количество зараженных — функции: $f(x)$ обозначены дискретно, $F(x)$ непрерывной линией)

Figure 1 — Graphs of integral functions $f(x)$ and $F(x)$
 (days — x , the number of infected — functions: $f(x)$ are indicated discretely, $F(x)$ by a continuous line)

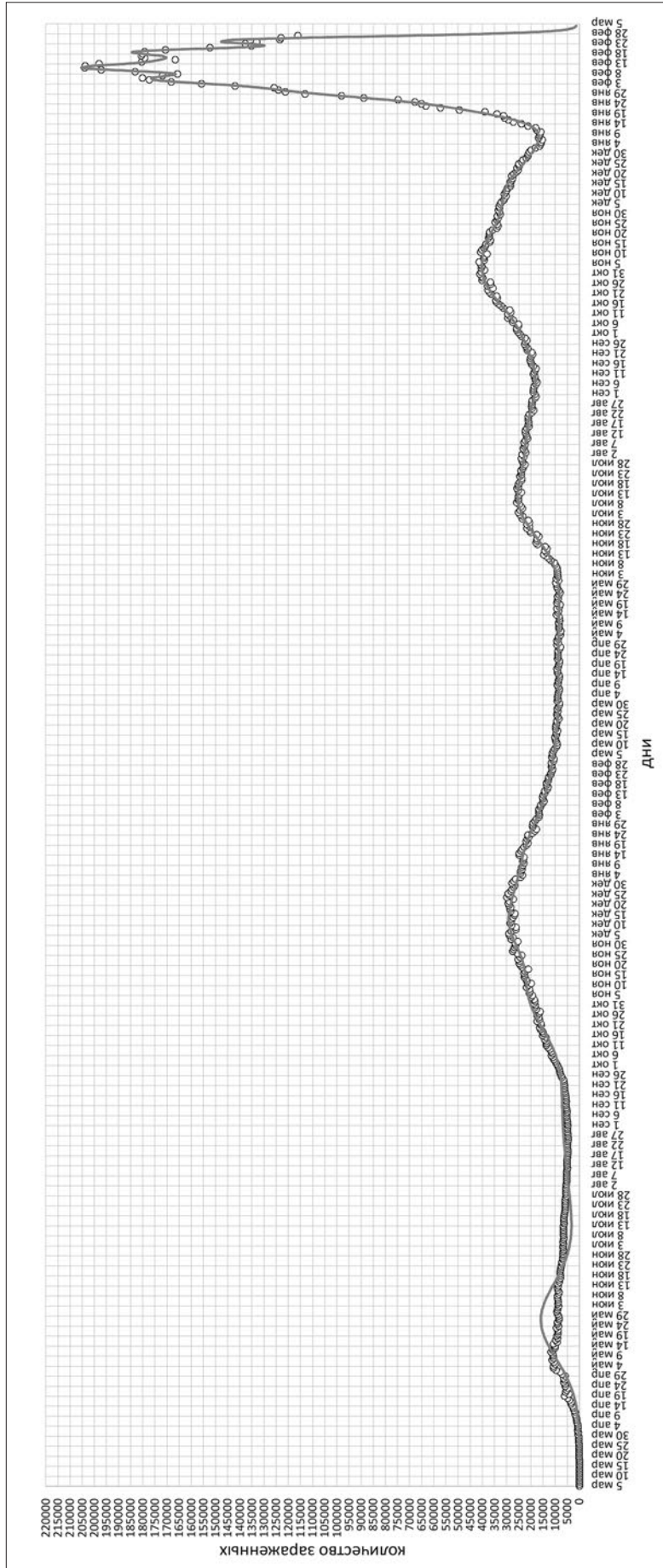


Рисунок 2 — Графики дифференциальных функций $f^*(x)$ и $F^*(x)$ (дни — x ; количество зараженных — функции; $f^*(x)$ обозначены дискретно, $F^*(x)$ непрерывной линией)

Figure 2 — Graphs of differential functions $f^*(x)$ and $F^*(x)$ (days — x , number of infected — functions; $f^*(x)$ are indicated discretely, $F^*(x)$ by a continuous line)

Таблица 1 — Расчетные параметры модели

№ нормального распределения	μ_j (день от начала)	σ_j (в днях)	z_j (количество зараженных)
1	83,15	19,07	402 001
2	190,95	42,73	808 544
3	246,16	17,92	41 903
4	280,46	15,21	438 095
5	309,94	19,31	10 241
6	341,73	29,61	318 272
7	418,61	39,70	52 576
8	489,93	17,15	381 920
9	529,12	20,14	577 834
10	530,70	59,17	41 880
11	578,22	17,61	20 751
12	602,15	12,65	35 485
13	622,13	12,10	362 443
14	646,77	13,31	53 062
15	678,63	22,24	656 258
16	692,76	6,39	15 011
17	698,71	3,86	1 602 321
18	703,72	2,51	64 415
19	708,55	1,93	5 228 756
20	712,61	2,16	4 889 891
21	716,87	1,93	31 207
22	722,10	2,07	332 225
Общее прогнозируемое количество зараженных (Z)			16 365 090

данные в динамике заражения за период пандемии с высокой степенью адекватности от-

ражаются интегральными $F(x)$ и $F^*(x)$ дифференциальными моделирующими функциями.

Заключение

Проанализирован процесс заражения по дням с начала пандемии вируса COVID-19 и построена модель процесса, позволяющая прогнозировать число зараженных на ближайший период распространения инфекции.

В результате проделанной работы показано, что предлагаемая модель показала себя способной адекватно описывать и прогнозировать сложные процессы, имеющие начало и оконча-

ние. Использование других функций, например, полиномов высоких порядков не позволит экстраполировать значения функции вне области данных. Предлагаемую модель можно использовать для прогнозирования различных демографических, социальных, медицинских (при распространении различных инфекций), производственных и других процессов, имеющих начало и окончание жизненного цикла.

Список источников

[1] Быстров А. И., Гильмутдинов Р. З. Математическое моделирование в экономике : учебное пособие для студентов финансово-экономических специальностей. Уфа : Изд-во БИСТ (филиала) ОУП ВО «АТиСО», 2017. 270 с.

[2] Гильмутдинов Р. З., Быстров А. И., Сафин Р. Р. Математические методы и моделирование : учебное пособие. Уфа : Изд-во УГНТУ, 2018. 148 с.

[3] Коронавирус: статистика. Развитие событий. URL: <https://yandex.ru/covid19/stat#development>

References

[1] Bystrov A. I., Gilmutdinov R. Z. Mathematical modeling in economics: a textbook for students of financial and economic specialties. Ufa: Publishing house of the Bashkir Institute of Social Technologies (branch) of the Academy of Labor and Social Relations; 2017. 270 p. (In Russ.).

[2] Gilmutdinov R. Z., Bystrov A. I., Safin R. R. Mathematical methods and modeling: a textbook. Ufa: Publishing House Publishing house of the Ufa State Oil Technical University; 2018. 148 p. (In Russ.).

[3] Coronavirus: statistics. Development of events. (In Russ.). Available from URL: <https://yandex.ru/covid19/stat#development>

Информация об авторах

А. И. Быстров — кандидат технических наук, доцент кафедры экономики и информационных технологий Башкирского института социальных технологий (филиала) Академии труда и социальных отношений;

И. Г. Нигматуллин — кандидат экономических наук, доцент кафедры экономики и информационных технологий Башкирского института социальных технологий (филиала) Академии труда и социальных отношений.

Information about the authors

A. I. Bystrov — Candidate of Science (Technical), Associate Professor at the Department of Economics and Information Technologies, Bashkir Institute of Social Technologies (branch) of the Academy of Labor and Social Relations;

I. G. Nigmatullin — Candidate of Science (Economic), Associate Professor at the Department of Economics and Information Technologies, Bashkir Institute of Social Technologies (branch) of the Academy of Labor and Social Relations.

Статья поступила в редакцию 28.02.2022; одобрена после рецензирования 15.03.2022; принята к публикации 23.03.2022.

The article was submitted 28.02.2022; approved after reviewing 15.03.2022; accepted for publication 23.03.2022.